

时间序列法预测原理

时间序列模型中，采用修正指数曲线法，其模型表达式为：

$$\hat{y}_t = K + ab^t \quad (1)$$

在此数学模型中有三个参数 K, a 和 b 要用历史数据来确定。

把时间序列的 n 个观察值等分为三部分，每部分有 m 期，即 $n=3m$ 。

第一部分： $y_1, y_2, \dots, y_m$ ；

第二部分： $y_{m+1}, y_{m+2}, \dots, y_{2m}$ ；

第三部分： $y_{2m+1}, y_{2m+2}, \dots, y_{3m}$

令每部分的趋势值之和等于相应的观察值之和，由此给出参数估计值。三和法步骤如下：

记观察值的各部分之和

$$S_1 = \sum_{t=1}^m y_t, S_2 = \sum_{t=m+1}^{2m} y_t, S_3 = \sum_{t=2m+1}^{3m} y_t \quad (2)$$

且

$$\begin{cases} S_1 = \sum_{t=1}^m \hat{y}_t = \sum_{t=1}^m (K + ab^t) = mK + ab(1 + b + b^2 + \dots + b^{m-1}) \\ S_2 = \sum_{t=m+1}^{2m} \hat{y}_t = \sum_{t=m+1}^{2m} (K + ab^t) = mK + ab^{m+1}(1 + b + b^2 + \dots + b^{m-1}) \\ S_3 = \sum_{t=2m+1}^{3m} \hat{y}_t = \sum_{t=2m+1}^{3m} (K + ab^t) = mK + ab^{2m+1}(1 + b + b^2 + \dots + b^{m-1}) \end{cases} \quad (3)$$

由于

$$(1 + b + b^2 + \dots + b^{m-1})(b - 1) = b^m - 1 \quad (4)$$

则根据指数曲线 $y = y_0 e^{Kt}$ ，得

$$\begin{cases} S_1 = mK + ab \frac{b^m - 1}{b - 1} \\ S_2 = mK + ab^{m+1} \frac{b^m - 1}{b - 1} \\ S_3 = mK + ab^{2m+1} \frac{b^m - 1}{b - 1} \end{cases} \quad (5)$$

解得

$$\begin{cases} b = \left(\frac{S_3 - S_2}{S_2 - S_1} \right)^{\frac{1}{m}} \\ a = (S_2 - S_1) \frac{b-1}{b(b^m - 1)^2} \\ K = \frac{1}{m} \left[S_1 - \frac{ab(b^m - 1)}{b-1} \right] \end{cases} \quad (6)$$

三个参数全部确定，于是就可以用 $\hat{y}_t = K + ab^t$ 进行预测。